La generalización es inmediata:

## TEOREMA DE BAYES

### (TEOREMA DE LAS PROBABILIDADES DE LAS CAUSAS)

**Sea $\Omega$ el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio $\mathcal{E}$, y sea $\{A_1, A_2, \ldots, A_\lambda, \ldots, A_k\}$ una partición de $\Omega$ en k sucesos (causas) mutuamente excluyentes de probabilidad no nula. Si en una prueba del experimento $\mathcal{E}$ se realiza un suceso $X$, $P(X) \neq 0$, entonces la probabilidad de que $X$ haya ocurrido a causa de $A_\lambda$, $1 \leq \lambda \leq k$, es:**

$$P(A_\lambda | X) = \frac{P(A_\lambda) \cdot P(X | A_\lambda)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i) \cdot P(X | A_i)}$$

### OBSERVACIONES:

• Para poder aplicar este teorema es necesario conocer los valores de las $P(A_i) \neq 0$ (llamadas "**probabilidades de las causas ó de las hipótesis**" ó "**probabilidades *a priori***"). Es frecuente que estos valores no sean conocidos, lo que limita el uso del teorema. La asignación incorrecta de las probabilidades *a priori* es a menudo fuente de errores. (Una solución parcial al problema es reemplazarlas, cuando se desconocen, por "estimaciones" verosímiles). Las $P(A_\lambda | X)$ se llaman "**probabilidades *a posteriori.***"

• Desde el punto de vista matemático, el teorema de BAYES es perfectamente correcto; únicamente la elección impropia de las $P(A_i)$ haría objetable el resultado.

## EJEMPLO

*Cierto artículo es manufacturado por tres fábricas: $F_1$ , $F_2$ y $F_3$ . Se sabe que la primera produce el doble de artículos que la segunda, y que ésta y la tercera producen el mismo número de artículos (durante un período de tiempo especificado, el mismo para las tres). Se sabe también que el 2% de los artículos producidos por las dos primeras fábricas es defectuoso, mientras que en la tercera lo es el 4%.*

*Se colocan juntos todos los artículos producidos y se escoge uno al azar.*

*a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?*

*b) Supongamos que se elige un artículo al azar y resulta defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la primera fábrica? ¿Y de la segunda? ¿Y de la tercera?*