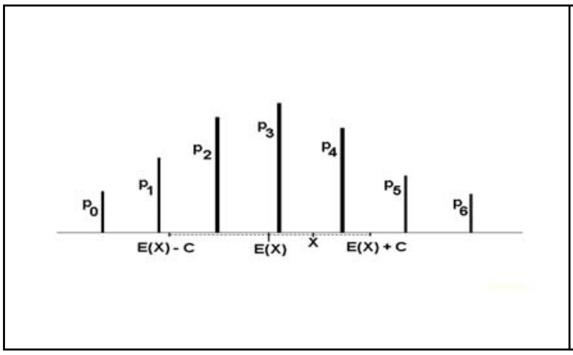
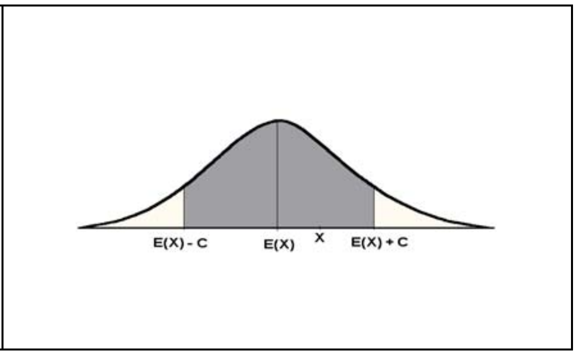
8 DESIGUALDAD DE TCHEBYCHEFF LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS

Cuando se conoce la distribución de probabilidades de una variable aleatoria *X*, se puede calcular el valor esperado, *E(X)*, y la varianza *Var(X)*, si es que existen, mediante su ley de probabilidades puntuales (en el caso discreto) ó su función de densidad (en el caso continuo). Sin embargo, conocidos únicamente *E(X)* y *Var(X)* no siempre es posible determinar la ley de *X* a partir de ellos; por consiguiente, no se pueden calcular probabilidades del tipo

$$\mathbf{P}\left[\left|\mathbf{X}-\mathbf{E(X)}\right| \le \mathbf{C}\right] = \mathbf{P}\left[-\mathbf{C} \le \mathbf{X}-\mathbf{E(X)} \le +\mathbf{C}\right] = \mathbf{P}\left[\mathbf{E(X)}-\mathbf{C} \le \mathbf{X} \le \mathbf{E(X)}+\mathbf{C}\right]$$

(es decir, probabilidad de que *X* se desvíe de su valor esperado *E(X)*, en valor absoluto, a lo sumo una cantidad positiva prefijada, *C*).



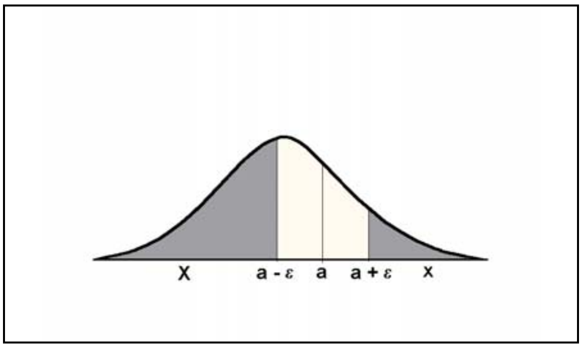


No obstante, se pueden acotar probabilidades de ese tipo. De esto trata la siguiente

LA DESIGUALDAD DE TCHEBYCHEFF

Sea *X* una variable aleatoria con *E(X)* = μ, y sea *a* $\in \mathbb{R}$ un número real cualquiera. Si *E*[$(X-a)^2$] es finito y $\varepsilon > 0$, entonces

$$P\left[\left|X-a\right| \ge \varepsilon\right] \le \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot E\left[(X-a)^2\right] \qquad \textbf{(1)}$$



(Resulta poco complicado demostrar (1) en el caso continuo)