9 APROXIMACIONES DE UNA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

APROXIMACIÓN DE UNA BINOMIAL POR UNA D. DE POISSON

Una aplicación interesante de las variables aleatorias de **POISSON** es que con su distribución es posible aproximar la binomial, de tal manera que una variable de **POISSON** es, en cierto sentido, límite de variables aleatorias binomiales. Este hecho se comentó de pasada al describir el proceso de **POISSON**; ahora lo desarrollaremos un poco más.

Nos planteamos la siguiente pregunta: ¿qué sucede a las probabilidades binomiales

$$b_{n,p}(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

cuando $n \to \infty$ y $p \to 0$, de forma que np permanece constante ($np = \lambda$)?

En la distribución binomial, p era constante a lo largo de las n pruebas de **BERNOUILLI** independientes que la definían. Ahora p no es constante, sino que depende de n: $p = \frac{\lambda}{n}$, de modo que $\lim\limits_{n\to\infty} p = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\lambda}{n} = 0$.

La expresión general de las probabilidades binomiales es

$$b_{n,p}(k) = P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} =$$

$$= \frac{\overbrace{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots(n-k+1)}^{k\ factores}}{k!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Haciendo $np = \lambda$, luego $p = \frac{\lambda}{n}$, se tiene que

$$b_{n,p}(k) = P(X=k) = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!} \cdot \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \cdot \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} =$$