

4 VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

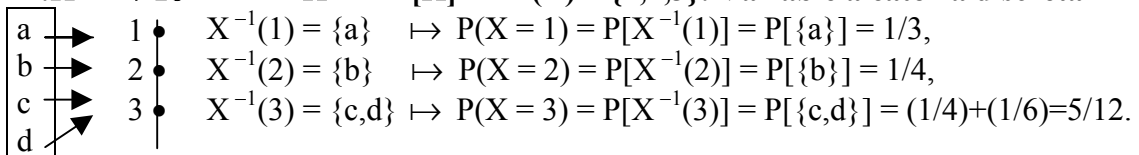
1 Sea $[\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P]$ el espacio probabilístico definido por:

$$\Omega = \{a,b,c,d\} \quad P(a) = \frac{1}{3} \quad P(b) = P(c) = \frac{1}{4} \quad P(d) = \frac{1}{6}$$

Sea $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ la variable aleatoria tal que $X(a) = 1, X(b) = 2$ y $X(c) = X(d) = 3$

- a) Construir el espacio probabilitizado imagen de X .
- b) Construir la función de probabilidad imagen de X (ley de probabilidad de X).
- c) Construir la función de distribución acumulativa de X .
- d) Calcular $P(X \geq 1)$ y $P(X \geq 2)$.
- e) Calcular $E(X)$, $\text{Var}(X)$ y $DT(X)$.

a) **Espacio muestral imagen**
 $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R} \quad \Omega^* = X[\Omega] = \text{Im}(X) = \{1,2,3\}$: Variable aleatoria discreta



El **espacio probabilitizado imagen** de X es la terna $[\Omega^*, \mathcal{P}(\Omega^*), P^*]$, donde $P^*: \mathcal{P}(\Omega^*) \rightarrow \mathbb{R}$ está determinada por las probabilidades de los sucesos elementales de Ω^* ; es decir

$$\mathcal{P}(\Omega^*) = \left\{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \Omega^* = \{1,2,3\} \right\}$$

↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	1/3	1/4	5/12	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$	$\frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12}$	$\frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12}$	1	

b) La **ley de probabilidad** de la variable aleatoria X viene dada por la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x \mapsto f(x) = \begin{cases} 1/3, & \text{si } x = 1, \\ 1/4, & \text{si } x = 2, \\ 5/12, & \text{si } x = 3, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Esta función suele representarse mediante la tabla siguiente y el correspondiente diagrama de barras:

x_i	1	2	3
$p_i = P(X = x_i)$	1/3	1/4	5/12

