

2 Se lanza una moneda legal 6 veces ó, equivalentemente, se lanzan 6 monedas a la vez. Calcular las probabilidades de los siguientes sucesos:

- a) obtener exactamente 2 caras
- b) conseguir al menos 4 caras
- c) no conseguir ninguna cara
- d) conseguir al menos una cruz

El experimento de lanzar una moneda legal es una prueba de BERNOUILLI con $p = 1/2$ y $q = 1-p = 1/2$. El repetir esta prueba 6 veces independientemente nos proporciona una variable aleatoria X , que indica el número de caras obtenido en los 6 lanzamientos. La variable X sigue una binomial $\mathcal{B}(n = 6; p = 0'50)$. Entonces

$$a) P(X = 2) = \binom{6}{2} (1/2)^2 \cdot (1/2)^4 = \binom{6}{2} (1/2)^6 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{64} = 0'2344$$

(La tabla proporciona $P(X = 2) = b_{6;0'50}(2) = 0'2344$)

$$b) P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) =$$

$$= \binom{6}{4} (1/2)^4 \cdot (1/2)^2 + \binom{6}{5} (1/2)^5 \cdot (1/2)^1 + \binom{6}{6} (1/2)^6 \cdot (1/2)^0 =$$

$$= \frac{1}{2^6} \left[\binom{6}{2} + \binom{6}{1} + \binom{6}{0} \right] = \frac{1}{2^6} [15 + 6 + 1] = \frac{22}{64} = 0'3437$$

(Podríamos proceder de otra forma: manejando el suceso contrario y la tabla de la función de distribución acumulativa:

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - F_{6;0'50}(3) = 1 - 0'6563 = 0'3437)$$

$$c) P(X = 0) = \binom{6}{0} (1/2)^0 \cdot (1/2)^6 = \frac{1}{64} = 0'0156$$

(La tabla proporciona $P(X = 0) = b_{6;0'50}(0) = 0'0156$)

d) “Conseguir al menos una cruz” es el suceso contrario de “todas caras”. Entonces, la probabilidad pedida es

$$P(\text{“al menos una cruz”}) = 1 - P(X = 6) = \\ = 1 - \binom{6}{6} (1/2)^6 \cdot (1/2)^0 = 1 - \frac{1}{64} = 1 - 0'0156 = 0'9844$$

(También podemos emplear la función de distribución acumulativa y su tabla:

$$P(\text{“al menos una cruz”}) = P(X \leq 5) = F_{6;0'50}(5) = 0'9845)$$