6 VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS

1 Una variable aleatoria X tiene una función de distribución F:$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$x \mapsto F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si} \quad x < 0, \\ c \cdot x, & \text{si} \quad 0 \le x \le 1, \\ 1, & \text{si} \quad x > 1. \end{cases}$$

a) Determinar la constante c y describir la función de densidad f(x). (c=1)
b) Calcular las probabilidades P(X = 1/3), P(X < 1/3), P(|X| < 1/3). (0; 1/3; 1/3)

2 Sea $f(x) = c \cdot (4x - 2x^2)$ para $0 \le x \le 2$, y $f(x) = 0$ para los demás valores de x. Determinar la constante c de manera que f(x) sea la función de densidad de una variable aleatoria continua, X. Determinar también la función de distribución acumulativa, F(x), y representar ambas.

(c=3/8) (F(x)=0, si x<0; F(x)=$(3x^2-x^3)/4$, si 0≤x≤2; F(x)=1 si x>2)

3 Sea $f(x) = c \cdot |\operatorname{sen} x|$ para $|x| < \pi/2$ y $f(x) = 0$ para los demás valores de x. Determinar la constante c de manera que f(x) sea la función de densidad de una variable aleatoria continua, X. Determinar también la función de distribución acumulativa, F(x), y representar ambas. (c=1/2)

(F(x)=0, si x<–π/2; (cosx)/2, si –π/2≤x<0; (2-cosx)/2,si 0≤x<π/2; 1, si x≥π/2)

4 El tiempo, en minutos, que una persona espera un autobús es una variable aleatoria T con función de densidad f(t) definida por

$$t \mapsto f(t) = \begin{cases} 1/2, & \text{si} \quad 0 < t < 1, \\ 1/4, & \text{si} \quad 2 < t < 4, \\ 0, & \text{en} \quad \text{otro caso.} \end{cases}$$

Calcular la probabilidad de que el tiempo de espera sea
a) mayor que un minuto
b) mayor que dos minutos
c) mayor que tres minutos (1/2; 1/2; 1/4)

5 Una variable aleatoria X tiene una función de distribución continua, F(x), y una densidad de probabilidad f definida por las propiedades siguientes: f(x) = 0 si x < 1/4; f(1/4) = 1; f(x) es lineal en el intervalo [1/4; 1/2]; y, para todo x ∈ $\mathbb{R}$, es f(1–x) = f(x)
a) Representar f.
(f(x)=0, si x<1/4; 8x–1, si 1/4≤x<1/2; –8x+7, si 1/2≤x<3/4; 0, si x≥3/4)
b) Determinar F(x) y representarla.
(F(x)=0, si x<1/4; $4x^2-x$, si 1/4≤x<1/2; $-4x^2+7x-2$, si 1/2≤x<3/4; 1, si x≥3/4)
c) Calcular P(X < 1), P(X < 3/4), P(X < 1/2), P(X < 1/4) y P(1/2 < X < 5/8)
(1; 1; 1/2; 0; 5/16)

6 Una variable aleatoria X tiene una distribución uniforme sobre [–3, 3]
a) Calcular P(X = 2), P(X < 2), P(|X| < 2), P(|X–2| <2). (0; 5/6; 2/3; 1/2)
b) Hallar un valor x_0 tal que P(X > x_0) =1/3. (x_0 = 1)