

En un conjunto de personas a las que pesamos y tallamos se comprueba que, aproximadamente, a más estatura corresponde mayor peso. Pero no hay ninguna función matemática que ligue esas dos variables. Se trata de una **relación estadística**.

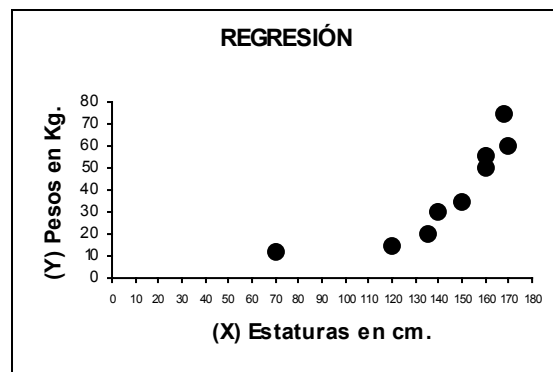
La **regresión** consiste en la búsqueda de una función que exprese lo mejor posible la relación existente entre dos (o más) variables estadísticas. Esto permitirá **predecir** el valor de una de las variables para un valor dado de la otra (u otras).

EJEMPLO

En la tabla siguiente se dan los pesos y estaturas de los nueve miembros de una familia:

Estatura (cm)	X	168	170	160	160	150	140	135	120	70
Peso (kg)	Y	75	60	55	50	35	30	20	15	12

La nube de puntos correspondiente a la variable bidimensional (X,Y) se ajusta bastante bien, aunque no exactamente, a una recta en las edades adultas. En cambio, el “ajuste” en los niños no es tan bueno.



La búsqueda de “buenas” rectas de ajuste es el objetivo de la **regresión lineal**.

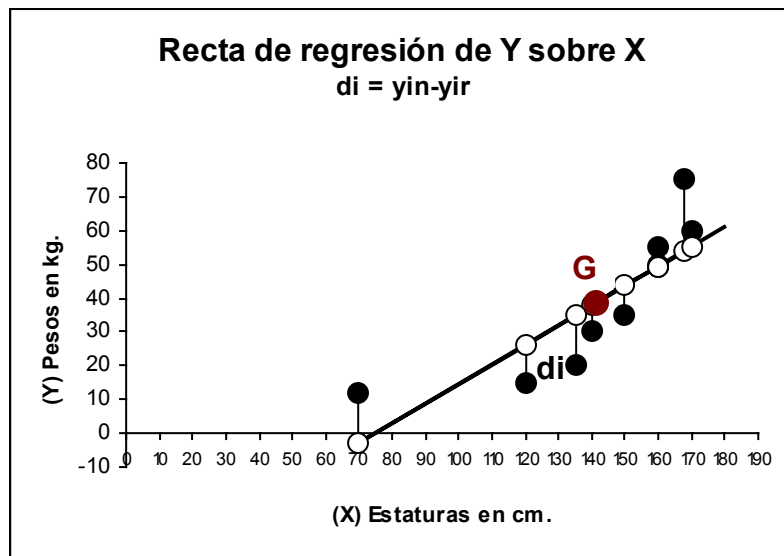
Recta de regresión de Y sobre X

Se trata de hallar la ecuación de la recta **r** que mejor se ajuste a la nube de puntos en el siguiente sentido:

- **r** pasa por el punto **$G(\bar{X}, \bar{Y})$** (**centro de gravedad** de la distribución).
- La suma de los cuadrados de las diferencias de ordenadas entre los puntos-nube y los puntos-recta **r**, para cada valor x_i de X

$$S_{Y/X} = \sum d_i^2 = \sum (y_{in} - y_{ir})^2$$

ha de ser mínima.



La recta de regresión (mínimo-cuadrática) de Y sobre X tiene por ecuación:

$$r_{Y/X}: y - \bar{Y} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2} (x - \bar{X})$$

Se emplea para predecir el valor de Y para un valor de X. Para un individuo que mida x_0 (cm), predice un peso de

$$\hat{y}_0 = \bar{Y} + \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2} (x_0 - \bar{X}) \quad (\text{kg})$$

La pendiente de $r_{Y/X}$, $m_{Y/X} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2} = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\text{Var}(X)}$, se llama coeficiente de regresión de Y sobre X.

Recta de regresión de X sobre Y

Se trata de hallar la ecuación de la recta r que mejor se ajuste a la nube de puntos en el siguiente sentido:

- r pasa por el punto $G(\bar{X}, \bar{Y})$ (centro de gravedad de la distribución).
- La suma de los cuadrados de las diferencias de abscisas entre los puntos-nube y los puntos-recta r , para cada valor y_i de Y

$$S_{X/Y} = \sum D_i^2 = \sum (x_{in} - x_{ir})^2$$

ha de ser mínima.