Si nos fijamos en sucesos no elementales, por ejemplo el suceso A = "sale par" = {2,4,6}, se observa experimentalmente que la frecuencia relativa del suceso A es aproximadamente 1/2 = 3/6

Análogamente, la frecuencia relativa del suceso B = "impar mayor que 1" = {3,5} es próxima a 1/3 = 2/6

También se observa empíricamente que la frecuencia relativa del suceso "A ó B" = $A \dot{\cup} B$ = {2,3,4,5,6}, reunión de dos sucesos <u>mutuamente excluyentes</u> (<u>incompatibles</u>), es próxima a 1/2 + 1/3 = 5/6

LA PROBABILIDAD COMO MEDIDA DE SUCESOS DEL ESPACIO MUESTRAL

Desde el punto de vista matemático, lo anterior conduce a:

- definir el experimento aleatorio $\mathcal{E}$;
- definir el espacio muestral Ω asociado a $\mathcal{E}$;
- construir el espacio de sucesos $\mathcal{P}(\Omega)$;
- <u>asociar a cada suceso</u> un número real (<u>su probabilidad</u>) como un número que mide la expectativa de éxito en la realización de dicho suceso;
- para que esta probabilidad sea comparable con la frecuencia relativa debe satisfacer ciertas condiciones; éstas son los axiomas de la probabilidad de **KOLMOGOROFF**:

AXIOMAS DEL CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Una aplicación

$$\begin{aligned} \mathbf{P}: \mathcal{P}(\Omega) &\to \mathbb{R} \\ \mathbf{A} &\mapsto \mathbf{P(A)} \end{aligned}$$

que a cada suceso **A** $\in$ **$\mathcal{P}(\Omega)$** le asocia un número real **P(A)**, es una **<u>medida de probabilidad</u>** si satisface los siguientes **axiomas**:

(PR1) **Para todo suceso A $\in \mathcal{P}(\Omega)$,** **$P(A) \geq 0$**

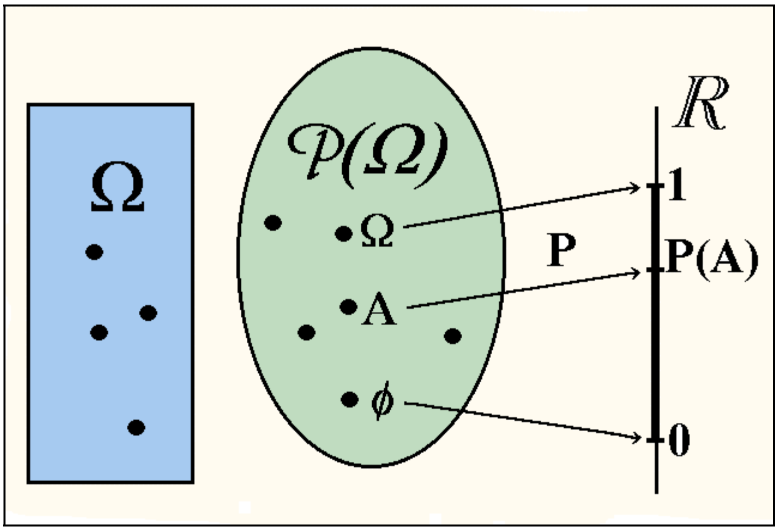
(PR2) **Para el suceso seguro,** **$P(\Omega) = 1$**

(PR3) **(Axioma de las probabilidades totales)**
Si A y B son mutuamente excluyentes (incompatibles: $A \cap B = \emptyset$), entonces:

$$P(A \dot{\cup} B) = P(A) + P(B)$$

El número **<u>P(A)</u>** se llama **<u>probabilidad de A</u>**.

La terna **[Ω, $\mathcal{P}$(Ω), P]** se llama **espacio probabilístico**.



PROPIEDADES QUE SON CONSECUENCIA INMEDIATA DE LOS AXIOMAS

Todavía no sabemos "cómo" calcular la probabilidad de un suceso **A, P(A)**. Sólo hemos anotado los tres axiomas que debe cumplir la aplicación **P**(robabilidad). No obstante, podemos dar ya algunas propiedades que debe verificar **P** y que no dependen de cómo se calcule **P(A):**

(P1)	**$P(\emptyset) = 0$** **(La probabilidad del suceso imposible es 0)**
(P2)	**Para todo suceso $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$** **(La suma de las probabilidades de dos sucesos contrarios es 1)**
(P3)	**Cualesquiera que sean los sucesos $A,B \in \mathcal{P}(\Omega)$, se tiene que:** **$P(B - A) = P(B) - P(A\cap B)$** **(En particular: $A \subseteq B \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$** **$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(B - A) = P(B)$)**
(P4)	**Cualesquiera que sean los sucesos $A,B \in \mathcal{P}(\Omega)$, se tiene que:** **$A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$**
(P5)	**Para todo suceso $A \in \mathcal{P}(\Omega)$, $P(A) \leq 1$**
(P6)	**Si $A_1, A_2, \dots, A_k$ son k <u>sucesos incompatibles dos a dos</u>,** **(para $i \neq j$, $A_i \cap A_j = \emptyset$), entonces:** **$P(A_1 \dot\cup A_2 \dot\cup \dots \dot\cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$**
(P7)	**Para dos sucesos cualesquiera $A,B \in \mathcal{P}(\Omega)$, es:** **$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$**

La demostración de las propiedades anteriores es inmediata y se propone como ejercicio a realizar en clase.